

Agnieszka Kamińska
Dorota Ponczek

Plan wynikowy

MATeMAtyka 4

Zakres podstawowy i rozszerzony



© Copyright by Nowa Era Sp. z o.o.
Warszawa 2024

Plan wynikowy uwzględnia zmiany z 2024 r. wynikające z uszczuplenia podstawy programowej.

W związku z uszczupleniem przez MEN podstawy programowej, w rozkładzie materiału zmniejszyła się liczba godzin na realizację obowiązkowych zagadnień. Uzyskane w ten sposób dodatkowe godziny pozostają do dyspozycji nauczyciela w trakcie roku szkolnego. Zgodnie z założeniami MEN: *Ograniczony zakres treści nauczania – wymagań szczegółowych – da nauczycielom i uczniom więcej czasu na spokojniejszą i bardziej dogłębną realizację programów nauczania.*

Oznaczenia:

K – wymagania konieczne; P – wymagania podstawowe; R – wymagania rozszerzające; D – wymagania dopełniające; W – wymagania wykraczające

Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Poziom wymagań	Liczba godzin
1. RACHUNEK PRAWDOPODOBIENSTWA				30
1. Reguła mnożenia	– reguła mnożenia – prezentacja wyników doświadczenia za pomocą drzewa	Uczeń: – wypisuje wszystkie wyniki danego doświadczenia – stosuje regułę mnożenia do obliczania liczby wyników doświadczenia spełniających dany warunek – przedstawia drzewo ilustrujące zbiór wszystkich możliwych wyników danego doświadczenia	K–P K–R P–R	1
2. Permutacje	– definicja permutacji – definicja symbolu $n!$ – liczba permutacji zbioru n-elementowego – permutacje z powtórzeniami	Uczeń: – wypisuje wszystkie możliwe permutacje danego zbioru – oblicza liczbę permutacji danego zbioru – wykonuje obliczenia, stosując definicję silni – wykorzystuje permutacje do rozwiązywania zadań	K K P P–D	2
3. Wariacje bez powtórzeń	– definicja wariacji bez powtórzeń – liczba k-elementowych wariacji bez powtórzeń zbioru n-elementowego – reguła dodawania	Uczeń: – oblicza liczbę wariacji bez powtórzeń – stosuje regułę dodawania do obliczania liczby wyników spełniających dany warunek – wykorzystuje wariacje bez powtórzeń do rozwiązywania zadań	K–R P–R P–D	1

Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Poziom wymagań	Liczba godzin
4. Wariacje z powtórzeniami	– definicja wariacji z powtórzeniami – liczba k-elementowych wariacji z powtórzeniami zbioru n-elementowego	Uczeń: – oblicza liczbę wariacji z powtórzeniami – wykorzystuje wariacje z powtórzeniami do rozwiązywania zadań	K–R P–D	2
5. Kombinacje	– definicja kombinacji – liczba k-elementowych kombinacji zbioru n-elementowego – symbol Newtona – wzór dwumianowy Newtona – trójkąt Pascala	Uczeń: – oblicza wartość symbolu Newtona $\binom{n}{k}$, gdzie $n \geq k$ – oblicza liczbę kombinacji – wypisuje wszystkie k-elementowe kombinacje danego zbioru n-elementowego, np. dla $k = 4$, $n = 5$ – wykorzystuje kombinacje do rozwiązywania zadań – stosuje własności trójkąta Pascala – wykorzystuje wzór dwumianowy Newtona do rozwinięcia wyrażeń postaci $(a + b)^n$ i wyznaczenia współczynników wielomianów – uzasadnia zależności, w których występuje symbol Newtona, w tym twierdzenie: jeśli $0 < k < n$, to $\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k}$ oraz wzory skróconego mnożenia na $a^n \pm b^n$ i wniosek: $a - b \mid a^n - b^n$ dla $a, b \in Z$	K K–R K–P K–D P–R R–D R–D	2
6. Kombinatoryka – zadania	– zestawienie podstawowych pojęć kombinatoryki: permutacje, wariacje i kombinacje	Uczeń: – wykorzystuje podstawowe pojęcia kombinatoryki do rozwiązywania zadań	K–D	3

Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Poziom wymagaj	Liczba godzin
7. Zdarzenia losowe	– pojęcie zdarzenia elementarnego – pojęcie przestrzeni zdarzeń elementarnych – pojęcie zdarzenia losowego – wyniki sprzyjające zdarzeniu losowemu – zdarzenie pewne, zdarzenie niemożliwe – suma, iloczyn i różnica zdarzeń losowych – zdarzenia wykluczające się – zdarzenie przeciwne	Uczeń: – określa przestrzeń zdarzeń elementarnych dla danego doświadczenia – wypisuje wyniki sprzyjające danemu zdarzeniu losowemu – określa zdarzenia: niemożliwe i pewne – wyznacza sumę, iloczyn i różnicę zdarzeń losowych – wypisuje pary zdarzeń przeciwnych i pary zdarzeń wykluczających się	K–P K–P K–P P–D K–P	1
8. Prawdopodobieństwo klasyczne	– pojęcie prawdopodobieństwa – klasyczna definicja prawdopodobieństwa	Uczeń: – oblicza prawdopodobieństwa zdarzeń losowych, stosując klasyczną definicję prawdopodobieństwa – wykorzystuje regułę mnożenia, regułę dodawania, permutacje, wariacje i kombinacje do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń	K–D K–D	2

Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Poziom wymagań	Liczba godzin
9. Własności prawdopodobieństwa	- określenie prawdopodobieństwa: $0 \leq P(A) \leq 1$ dla dowolnego zdarzenia $A \subset \Omega$ $P(\emptyset) = 0, P(\Omega) = 1$ $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ dla dowolnych zdarzeń rozłącznych $A, B \subset \Omega$ - własności prawdopodobieństwa: - Jeżeli $A, B \subset \Omega$ oraz $A \subset B$, to $P(A) \leq P(B)$. - Jeżeli $A \subset \Omega$, to $P(A') = 1 - P(A)$. - Jeżeli $A, B \subset \Omega$, to $P(A) = P(A) - P(A \cap B)$. - Jeżeli $A, B \subset \Omega$, to $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$.	Uczeń: - podaje rozkład prawdopodobieństwa dla rzutu kostką - oblicza prawdopodobieństwo zdarzenia przeciwnego - stosuje twierdzenie o prawdopodobieństwie sumy zdarzeń - sprawdza, czy zdarzenia się wykluczają - stosuje własności prawdopodobieństwa w dowodach twierdzeń oraz w zadaniach wykorzystujących własności prawdopodobieństwa	K–P K P–R P–R D–W	2
10. Prawdopodobieństwo warunkowe	- definicja prawdopodobieństwa warunkowego - prezentacja wyników doświadczenia za pomocą drzewa w przypadku prawdopodobieństwa warunkowego - zdarzenia niezależne i zależne	Uczeń: - oblicza prawdopodobieństwo warunkowe - stosuje wzór na prawdopodobieństwo warunkowe do wyznaczenia prawdopodobieństwa np. sumy, iloczynu, różnicy zdarzeń - dowodzi własności prawdopodobieństwa warunkowego	K–D R–D W	2
11. Prawdopodobieństwo całkowite	wzór na prawdopodobieństwo całkowite	Uczeń: - sprawdza, czy są spełnione założenia twierdzenia o prawdopodobieństwie całkowitym - oblicza prawdopodobieństwo całkowite	K–P K–D	2

Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Poziom wymagań	Liczba godzin
12. Wzór Bayesa	– wzór Bayesa	Uczeń: – stosuje wzór Bayesa do obliczania prawdopodobieństwa przyczyny – udowadnia wzór Bayesa	P–D W	1
13. Doświadczenia wieloetapowe	– ilustracja doświadczenia za pomocą drzewa	Uczeń: – ilustruje doświadczenie wieloetapowe za pomocą drzewa – oblicza prawdopodobieństwa zdarzeń w doświadczeniu wieloetapowym	K–R P–D	2
14. Schemat Bernoulliego	– próba Bernoulliego – pojęcie sukcesu, porażki – wzór Bernoulliego	Uczeń: – oblicza prawdopodobieństwo sukcesu i porażki w pojedynczej próbie Bernoulliego – stosuje wzór Bernoulliego do obliczania prawdopodobieństwa k sukcesów w n próbach – wykorzystuje wzór Bernoulliego do obliczania prawdopodobieństwa co najmniej k sukcesów w n próbach	K K–R P–D	2
15. Powtórzenie wiadomości 16. Praca klasowa i jej omówienie				5
2. GRANIASTOSŁUPY I OSTROŚŁUPY				24

Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Poziom wymagań	Liczba godzin
1. Proste i płaszczyzny w przestrzeni	- wzajemne położenie dwóch płaszczyzn - wzajemne położenie dwóch prostych - proste skośne - prostopadłość prostych w przestrzeni - wzajemne położenie prostej i płaszczyzny - rzut prostokątny na płaszczyznę - twierdzenie o prostej prostopadłej do płaszczyzny	Uczeń: - wskazuje w wielościanie proste prostopadłe, równoległe i skośne - wskazuje w wielościanie rzut prostokątny danego odcinka na daną płaszczyznę - przeprowadza wnioskowania dotyczące położenia prostych w przestrzeni - przeprowadza dowód twierdzenia o prostej prostopadłej do płaszczyzny	K K–P R–D D	1
2. Graniastosłupy	- graniastosłup prosty i graniastosłup pochyły - powierzchnia boczna graniastosłupa - wysokość graniastosłupa - prostopadłościan - graniastosłup prawidłowy - pole powierzchni bocznej i pole powierzchni całkowitej graniastosłupa - siatki sześciangu	Uczeń: - określa liczbę ścian, wierzchołków i krawędzi graniastosłupa - sprawdza, czy istnieje graniastosłup o danej liczbie krawędzi - wskazuje elementy charakteryzujące graniastosłup - oblicza pole powierzchni bocznej i pole powierzchni całkowitej graniastosłupa prostego - rysuje siatkę graniastosłupa prostego, mając dany jej fragment	K K–P K P–R K	1

Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Poziom wymagań	Liczba godzin
3. Odcinki w graniastosłupach	– przekątna graniastosłupa – długość przekątnej prostopadłościanu	Uczeń: – oblicza długości przekątnych graniastosłupa prostego (również z wykorzystaniem trygonometrii) – stosuje funkcje trygonometryczne do obliczania pola powierzchni graniastosłupa – uzasadnia prawdziwość wzorów dotyczących przekątnych i pola powierzchni danego graniastosłupa	K–P P–D D–W	2
4. Objętość graniastosłupa	– wzór na objętość graniastosłupa	Uczeń: – oblicza objętość graniastosłupa prostego – oblicza objętość graniastosłupa pochyłego – stosuje funkcje trygonometryczne do obliczania objętości graniastosłupa – rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności z wykorzystaniem wzoru na objętość graniastosłupa prostego	K–P D–W P–D D–W	2
5. Ostrosłupy	– ostrosłup – ostrosłup prawidłowy – wysokość ostrosłupa, spodek wysokości – kąt płaski przy wierzchołku ostrosłupa prawidłowego – czworościan foremny – pole powierzchni ostrosłupa	Uczeń: – wskazuje elementy charakteryzujące ostrosłup – oblicza pole powierzchni ostrosłupa, mając daną jego siatkę – rysuje siatkę ostrosłupa prostego, mając dany jej fragment – oblicza pole powierzchni bocznej i pole powierzchni całkowitej ostrosłupa – stosuje funkcje trygonometryczne do obliczania pola powierzchni ostrosłupa	K K–P K–P K–R P–D	2

Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Poziom wymagań	Liczba godzin
6. Objętość ostrosłupa	- wzór na objętość ostrosłupa - wzór na wysokość i objętość czworościanu foremnego	Uczeń: - oblicza objętość ostrosłupa prawidłowego - stosuje funkcje trygonometryczne do obliczania objętości ostrosłupa - rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące ostrosłupów	K–P P–D D–W	2
7. Twierdzenie o trzech prostych prostopadłych	twierdzenie o trzech prostych prostopadłych	Uczeń: - stosuje twierdzenie o trzech prostych prostopadłych do uzasadnienia prostopadłości prostych - stosuje twierdzenie o trzech prostych prostopadłych do rozwiązywania zadań ze stereometrii - przeprowadza dowód twierdzenia o trzech prostych prostopadłych	P–D P–D D	1
8. Kąt między prostą a płaszczyzną	pojęcie kąta między prostą a płaszczyzną	Uczeń: - wskazuje i wyznacza kąty między odcinkami w graniastosłupie a płaszczyzną jego podstawy lub ścianą boczną - wskazuje i wyznacza kąty między odcinkami w ostrosłupie a płaszczyzną jego podstawy - rozwiązuje zadania dotyczące miary kąta między prostą a płaszczyzną (również z wykorzystaniem trygonometrii)	K–R K–R P–D	2
9. Kąt dwuścienny	- pojęcie kąta dwuściennego - miara kąta dwuściennego	Uczeń: - wskazuje kąt między sąsiednimi ścianami wielościanów - wyznacza kąt między sąsiednimi ścianami wielościanów - rozwiązuje zadania dotyczące miary kąta dwuściennego	K P–D P–D	2

Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Poziom wymagań	Liczba godzin
10. Przekroje prostopadłościanów	– różne przekroje sześciangu	Uczeń: – wyznacza przekroje sześciangu – oblicza pole danego przekroju (również z wykorzystaniem trygonometrii) – rozwiązuje zadania dotyczące przekrojów sześciangu (również z wykorzystaniem trygonometrii)	P P–D R–W	2
11. Przekroje ostrosłupów	– różne przekroje ostrosłupa	Uczeń: – wyznacza przekroje ostrosłupa prawidłowego – oblicza pole danego przekroju ostrosłupa – rozwiązuje zadania dotyczące przekrojów ostrosłupa	K–P P–D R–W	2
12. Powtórzenie wiadomości 13. Praca klasowa i jej omówienie				5
3. BRYŁY OBROTOWE				15
1. Walec	– pojęcie walca – podstawa, wysokość, tworząca walca – wzór na pole powierzchni bocznej i całkowitej walca – przekrój osiowy walca – wzór na objętość walca	Uczeń: – wskazuje elementy charakteryzujące walec – zaznacza przekrój osiowy walca – oblicza pole powierzchni całkowitej walca – oblicza objętość walca – rozwiązuje zadania dotyczące rozwinięcia powierzchni bocznej walca – stosuje funkcje trygonometryczne do obliczania pola powierzchni i objętości walca – rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące walca	K K K–R K–R P P–D D–W	2

Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Poziom wymagań	Liczba godzin
2. Stożek	– pojęcie stożka – podstawa, wierzchołek, wysokość, tworząca stożka – wzór na pole powierzchni bocznej i pole powierzchni całkowitej stożka – przekrój osiowy stożka – kąt rozwarcia stożka – wzór na objętość stożka	Uczeń: – wskazuje elementy charakteryzujące stożek – zaznacza przekrój osiowy stożka i kąt rozwarcia stożka – oblicza pole powierzchni całkowitej stożka – oblicza objętość stożka – rozwiązuje zadania dotyczące rozwinięcia powierzchni bocznej stożka – stosuje funkcje trygonometryczne do obliczania pola powierzchni i objętości stożka – rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące stożka	K K K–R K–R P–D P–D D–W	2
3. Kula	– kula i sfera – przekroje kuli, koło wielkie – pojęcie płaszczyzny stycznej do kuli – wzór na pole powierzchni kuli – wzór na objętość kuli	Uczeń: – wskazuje elementy charakteryzujące kulę i sferę – zaznacza przekroje kuli – oblicza pole powierzchni kuli i jej objętość – stosuje funkcje trygonometryczne do obliczania pola powierzchni i objętości kuli – rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące kuli	K–P K K–R P–D D–W	2
4. Bryły podobne	– bryły podobne – skala podobieństwa brył podobnych	Uczeń: – wyznacza skalę podobieństwa brył podobnych – wykorzystuje zależność między objętościami brył podobnych do rozwiązywania zadań	P P–D	2
5. Zagadnienia optymalizacyjne	– funkcje pola powierzchni i objętości brył oraz ich dziedziny	Uczeń: – opisuje funkcją jednej zmiennej pole powierzchni lub objętość bryły i określa jej dziedzinę oraz wyznacza jej największą lub najmniejszą wartość	R–D	3

Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Poziom wymagań	Liczba godzin
6. Powtórzenie wiadomości 7. Praca klasowa i jej omówienie				4
4. PRZYKŁADY DOWODÓW W MATEMATYCE				8
1. Dowody w algebrze (1)	– implikacja: poprzednik, następnik, założenie i teza twierdzenia – twierdzenia dotyczące własności liczb całkowitych – twierdzenia dotyczące wyrażeń algebraicznych	Uczeń: – dowodzi własności liczb całkowitych, zapisanych z pomocą potęg lub wyrażeń algebraicznych, np. podzielności – przeprowadza dowód nie wprost, np. dotyczący liczb pierwszych	P–D D–W	2
2. Dowody w algebrze (2)	– zależność między średnią arytmetyczną a średnią geometryczną – dowód metodą równoważnego przekształcania tezy	Uczeń: – stosuje metodę równoważnego przekształcania tezy do uzasadnienia własności wyrażeń algebraicznych – dowodzi prawdziwości nierówności, wykorzystując zależność między średnią arytmetyczną a średnią geometryczną	P–D K–D	2
3. Dowody w geometrii (1)	– twierdzenia dotyczące własności wielokątów, z wykorzystaniem cech przystawania trójkątów	Uczeń: – podaje założenie i tezę twierdzenia geometrycznego – wykorzystuje przystawanie trójkątów do uzasadniania własności wielokątów – wykorzystuje własności figur płaskich do dowodzenia twierdzeń	K P–D P–D	2

Temat lekcji	Zakres treści	Osiągnięcia ucznia	Poziom wymagań	Liczba godzin
4. Dowody w geometrii (2)	– twierdzenia dotyczące własności wielokątów, z wykorzystaniem cech podobieństwa trójkątów – twierdzenie o dwusiecznej kąta w trójkącie	Uczeń: – podaje założenie i tezę twierdzenia geometrycznego – wykorzystuje podobieństwo trójkątów do uzasadniania własności wielokątów – dowodzi własności odcinków w trójkącie prostokątnym – wykorzystuje własności figur płaskich do dowodzenia twierdzeń	K P–D P–D P–D	2
5. POWTÓRZENIE				66
Godziny do dyspozycji nauczyciela				7
Razem				150